

Question 1

c(ii)

$$\text{If } C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C^2$$

$$= (2 + 2)C - (4 - 1)I$$

$$= 4C - 3I$$

$$= 4 \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$C^3$$

$$= 4C^2 - 3C$$

$$= 4 \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 20 & 16 \\ 16 & 20 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 14 & 13 \\ 13 & 14 \end{bmatrix}$$

$$C^4$$

$$= 4C^3 - 3C^2$$

$$= 4 \begin{bmatrix} 14 & 13 \\ 13 & 14 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 41 & 40 \\ 40 & 41 \end{bmatrix}$$